

Comportement en traction uni-axiale d'un composite cimentaire à écrouissage positif à partir d'une approche inverse

Jean-Louis TAILHAN
Pierre ROSSI
Édouard PARANT
Jean-Luc CLÉMENT

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

Antonio ARCA
Université de Cagliari (Italie)

RÉSUMÉ

Le comportement en traction uni-axiale d'un composite cimentaire fibré – le CEMTEC_{multiscale}®, développé au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) – a été déterminé par une approche inverse fondée sur la modélisation du comportement mécanique d'éléments de structures, de types dalles ou nervures, soumis à une flexion quatre points, pour laquelle le calage des paramètres permet de remonter au comportement uni-axial du matériau.

Divers résultats expérimentaux, qui tendent à illustrer le comportement écrouissant et non localisant du matériau en phase pré-pic lors d'essais de traction directe et de flexion quatre points réalisés au LCPC, permettent de justifier l'emploi d'un modèle élastoplastique écrouissant lors des simulations numériques réalisées à l'aide du code aux éléments finis CESAR-LCPC.

Il est ainsi montré que le comportement en traction uni-axiale obtenu à partir de l'analyse inverse est, pour le composite cimentaire étudié, caractérisé par une résistance élevée (supérieure à 20 MPa), par une grande ductilité (déformation maximale de $5 \cdot 10^{-3}$ pour un élément structurel fonctionnant en dalle mince, et de $6 \cdot 10^{-3}$ pour un élément fonctionnant en nervure), par une dépendance vis-à-vis de l'orientation préférentielle des fibres et, enfin, par des effets d'échelle inexistantes.

DOMAINE : Ouvrages d'art.

ABSTRACT

BEHAVIOR IN UNIAXIAL TENSION OF A CEMENT COMPOSITE WITH STRAIN HARDENING BASED ON AN INVERSE APPROACH

The uniaxial tensile behavior of a fibered cement composite – called "CEMTEC_{multiscale}®" and developed at the Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) facility – has been determined by means of an inverse approach. This approach relies upon modeling the mechanical behavior of structural elements, either the slab or rib type, submitted to a four-point bending for which the parametric calibration allows deriving the uniaxial behavior of the material.

Various experimental results, intended to illustrate the strain-hardening and non-localizing behavior of the material over the pre-peak phase during both the direct tension and four-point bending tests conducted at the LCPC, serve to justify the use of a strain-hardening elastoplastic model when performing numerical simulations with the CESAR-LCPC finite element computation code.

In this manner, it has been shown that the uniaxial tensile behavior identified from the inverse analysis is, for the specific cement composite under study, characterized by: a high strength value (above 20 MPa), high ductility (maximum deformations of $5 \cdot 10^{-3}$ for a structural element acting as a thin slab and $6 \cdot 10^{-3}$ for an element acting as a rib), dependence on the preferential fiber direction, and nonexistent scale effects.

FIELD: Structural engineering.

INTRODUCTION

Œuvrant depuis plusieurs années déjà dans le domaine de la recherche et de la mise au point de matériaux novateurs – toujours plus performants, à savoir plus résistants et plus durables, ce qui permet de repousser les limites technologiques de conception des ouvrages – le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) travaille actuellement au développement de composites cimentaires fibrés, dont les propriétés mécaniques visées (essentiellement la ductilité, mais aussi la résistance) doivent permettre de concevoir des structures sans autre renfort que les fibres métalliques.

Fondé sur la mise en application du concept de renforcement multi-échelles développé par Rossi [1], et sur l'expérience du laboratoire [2], le CEMTEC_{multiscale}®* est un matériau dont la particularité est

* Le CEMTEC_{multiscale}® a fait l'objet d'un dépôt de brevet mondial par le LCPC.

d'intégrer dans sa composition (tableau) trois géométries de fibres. Chaque catégorie de fibre correspond à une dimension particulière qui lui permet d'intervenir à une échelle précise du processus de fissuration. Il en résulte que le matériau montre, expérimentalement [3], un comportement écrouissant en traction uni-axiale, et atteint des valeurs de résistance assez élevées (supérieures à 20 MPa).

Atteindre de telles caractéristiques pour un matériau à un coût. À cet égard, il apparaît indispensable de maîtriser parfaitement le rapport performances mécanique/coût, en utilisant ce type de matériau pour la conception de structures dans lesquelles il est aisé d'économiser la matière. C'est pourquoi on a choisi d'étudier le fonctionnement mécanique d'une structure de type dalle mince nervurée, présentant les qualités nécessaires à l'utilisation optimale du matériau. Il faut noter cependant que cette étude est restreinte aux seuls éléments structuraux constitutifs (dalle et nervure, correspondant chacun à une fonction précise dans le comportement mécanique global) de la dalle mince nervurée, et que la liaison entre ces éléments constitutifs ne fait pas l'objet de cette étude. L'ensemble des résultats expérimentaux obtenus en flexion quatre points sur ces dalles et ces nervures est donné dans [4].

Cette étude vise à caractériser le comportement en traction uni-axiale du matériau par une approche inverse, dont le principe est le suivant : en utilisant les résultats des essais de flexion quatre points mentionnés ci-dessus, une modélisation numérique par éléments finis est mise en œuvre à l'aide du progiciel CESAR-LCPC [5]. Le calage, sur les résultats expérimentaux, des paramètres de la loi de comportement utilisée permet alors d'en déduire le comportement uni-axial du matériau. Ce dernier est mis en relation avec les résultats d'essais de traction uni-axiale réalisés sur des éprouvettes dont les dimensions, ainsi que la fabrication, sont comparables à celles d'un élément de dalle mince [3].

Ainsi, après un bref rappel des résultats expérimentaux obtenus, les principes généraux de la méthode, ainsi que le modèle de comportement mécanique des simulations numériques utilisées dans cette approche inverse, seront détaillés. La confrontation des résultats des simulations aux résultats expérimentaux permettra ensuite d'apprécier la valeur de la méthode.

TABLEAU
Formulation du CEMTEC^{multiscale}®

| Matériaux | Quantités |
|--------------------|-------------------------|
| Ciment | 1 050 kg/m ³ |
| Sable | 514 kg/m ³ |
| Fumée de silice | 268 kg/m ³ |
| Superplastifiant | 44 kg/m ³ |
| Eau totale | 211 litres |
| Fibres métalliques | 858 kg/m ³ |
| Eau totale/ciment | 0,201 |
| Eau totale/liant | 0,16 |

Principaux éléments de la formulation du béton utilisé dans cette étude.

Comme précisé en introduction de cet article, les trois géométries de fibres métalliques utilisées sont les suivantes :

- fibres en acier tréfilé de longueur supérieure ou égale à 20 mm et de diamètre supérieur ou égal à 0,25 mm ;
- fibres en acier tréfilé de longueur supérieure ou égale à 3 mm et de diamètre supérieur ou égal à 0,10 mm ;
- laine d'acier dont la fibre la plus longue fait 2 mm de long.

APPORTS DES CAMPAGNES EXPÉRIMENTALES

La caractérisation du comportement mécanique d'un matériau, tel que celui étudié ici, a nécessité la mise en œuvre d'une large gamme d'essais et l'utilisation d'un nombre suffisant d'éprouvettes pour chaque type d'essai. L'objectif final étant de dimensionner des structures, il est nécessaire de bien connaître les comportements moyen et caractéristique (au sens statistique des termes) d'un tel matériau.

En outre, l'utilisation spécifique de ce matériau (associé préférentiellement aux structures minces) a également conduit à concevoir un essai original rendant compte du comportement en traction uni-axiale d'un élément de dalle mince dont les caractéristiques géométriques sont à rapprocher de celles des éprouvettes de flexion 4 points. L'essai de traction uni-axiale développé au LCPC, ainsi que les dimensions de l'éprouvette testée, sont présentés sur la figure 1.

L'ensemble des modes opératoires et des résultats obtenus au cours des essais de flexion quatre points sur dalles (20 cm × 60 cm × 4 cm) et sur nervures (4 cm × 60 cm × 20 cm) sont reportés dans l'article [4]. Ceux concernant l'essai de traction ont également fait l'objet d'une publication [3].

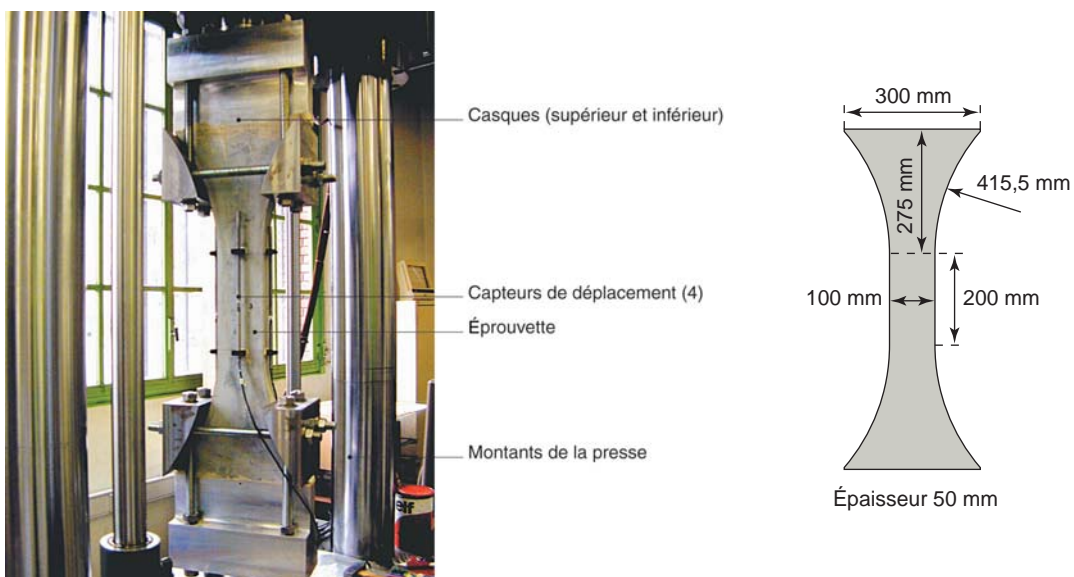
Globalement, il faut retenir les points suivants :

- pour le comportement en flexion : les dalles et les nervures ont toutes deux montré des comportements écrouissants (entre 50 et 100 % de la charge maximale environ). Les résistances moyennes obtenues, dites de traction par flexion*, sont de 50 MPa pour les dalles et de 58 MPa pour les nervures (les valeurs caractéristiques déduites sont respectivement de 42 MPa et de 48 MPa pour les dalles et les nervures). Ces deux types de structures ont présenté dans leur comportement en flexion une bonne réserve de ductilité post-pic (Fig. 2) ;
- pour le comportement en traction uni-axiale : les observations et les résultats expérimentaux (Fig. 3) ont montré que le matériau est initialement élastique jusqu'à environ 75 % à 80 % de la charge maximale et qu'il a un comportement écrouissant et fortement ductile (déformation à la rupture de 2.10^{-3} environ) ;
- enfin, en traction comme en flexion, il n'y a pas eu de fissuration visible à l'œil nu (ouverture < 50 μm) avant le pic d'effort. En outre, dans le cas de la flexion, deux jauges de 70 mm de long ont été collées côte à côte sur la fibre inférieure de certaines éprouvettes (dalles et nervures), couvrant ainsi une longueur de mesure de 140 mm. Chaque couple de jauges a permis de détecter une fissuration suffisamment importante pour saturer la mesure d'au moins une jauge à partir d'environ 88 à 90 % de la charge maximale appliquée. Cependant, lorsque l'une des deux jauges était traversée par une fissure, la seconde continuait encore à enregistrer une augmentation de la déformation, traduisant ainsi le fait que la zone non fissurée continuait à se charger. Ce dernier point montre le caractère multi-fissurant du matériau en phase pré-pic. Finalement, le pic d'effort est atteint expérimentalement lors de l'apparition d'une macrofissure au sein de l'éprouvette testée en traction comme en flexion.

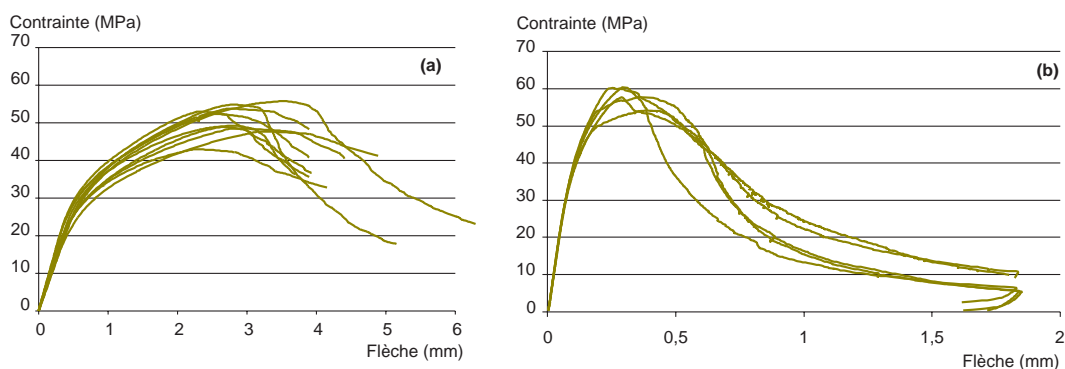
Ces résultats conduisent aux remarques suivantes en ce qui concerne le rôle vraisemblable des fibres dans le comportement du matériau :

- Quel que soit le mode de sollicitation (à savoir, ici, la traction ou la flexion quasi statiques) ou le type de structure envisagé, aucune macrofissuration n'est visible sur les éprouvettes avant le pic d'effort. Dans cette phase, le composite conserve un comportement « matériau ». Après apparition de la macrofissuration (c'est-à-dire au pic d'effort), c'est un comportement « structurel » qui est enregistré. Le fait qu'il n'y ait pas de microfissuration visible ou détectable par des jauges ne signifie pas qu'elle n'existe pas : en traction, par exemple, la phase élastique du composite est plus étendue que celle de la matrice cimentaire seule. Cela tend à montrer que les fibres jouent indéniablement un rôle, qu'elles ne peuvent jouer que lorsqu'il y a fissuration. Cette fissuration correspond à des ouvertures de fissures suffisamment petites pour ne pas être visibles ou détectées par des jauges d'extensométrie. Le rôle des fibres ne se limite pas à la seule phase pseudo-élastique. Le comportement écrouissant en est une illustration. Parant et Rossi en donnent une explication [6] : cette phase correspondrait à la mise en action progressive, simultanée et continue de l'ensemble des trois catégories de fibres, et ce jusqu'au pic (chacune des catégories intéressant une taille d'ouverture de fissure), ce phénomène ayant pour conséquence une diffusion large de la microfissuration au sein du matériau. Ce n'est qu'au voisinage du pic que la coalescence a lieu, ce qui génère une macrofissure et conduit à la ruine de l'éprouvette.
- Ces constatations permettent de justifier l'emploi d'un modèle continu (ici, un modèle élasto-plastique écrouissant sera retenu) pour simuler le comportement mécanique du matériau.

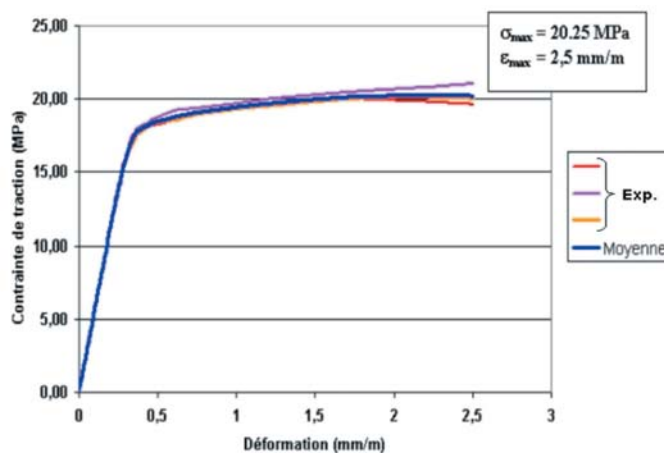
* L'expression de la contrainte de traction par flexion en fonction de l'effort appliqué est donnée par : $\sigma = \frac{M_t}{I_v} = \left(\frac{bh^2}{6} - l_e \right) \times F$ (voir remarque dans le paragraphe « Détermination de la résistance en traction permettant de simuler l'essai de flexion 4 points réalisé sur l'éprouvette représentative du fonctionnement en dalle »).



■ **Fig. 1**
Essai de traction directe développé au LCPC.



■ **Fig. 2**
Exemples de résultats expérimentaux obtenus sur dalles (a) et sur nervures (b) : contraintes de traction par flexion en fonction de la flèche (d'après [4]).



■ **Fig. 3**
Courbes expérimentales de traction directe et courbe moyenne déduite (d'après [3]).

DESCRIPTION DU MODÈLE UTILISÉ

Le comportement du béton est simulé, dans le cadre de cette étude, par un modèle élasto-plastique, implanté dans le module MCNL de CESAR-LCPC [7], dédié aux calculs non linéaires en mécanique statique.

Dans cette approche, les déformations permanentes du matériau, supposé continu et homogène, sont considérées comme représentatives à l'échelle macroscopique de l'effet d'une fissuration du matériau à l'échelle microscopique et sont assimilées à des déformations plastiques. Le critère utilisé, dit de William & Warnke [8] à trois paramètres, est un critère de type Drucker-Prager, à cette différence près qu'il fait intervenir l'angle de Lode (θ).

La fonction de charge utilisée est, dans le domaine des faibles confinements, de la forme :

$$f(\sigma, z) = \tau + f(\theta)(\sigma - \xi \rho_0)$$

expression dans laquelle ρ_0 ($\rho_0 \geq 0$) est appelée pression de décohérence à la rupture, et σ , τ et θ sont fonctions des invariants du tenseur des contraintes (σ) et du déviateur des contraintes

$$(s = \sigma - \left(\frac{1}{3} \text{tr} \sigma\right) \mathbf{I}) :$$

$$\sigma = \frac{1}{3} \text{tr} \sigma \quad \tau = \sqrt{\frac{1}{2} s : s} \quad \text{et} \quad \cos(3\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\det s}{\left(\frac{1}{2} s : s\right)^{3/2}}$$

pour $0 \leq \theta \leq \pi/3$.

Le terme $f(\theta)$, que l'on peut assimiler à un coefficient de frottement, est donné par :

$$f(\theta) = \frac{u + v}{w}$$

avec

- $u = 2f_c(f_c^2 - f_t^2) \cos \theta$
- $v = f_c(2f_t - f_c) \sqrt{4(f_c^2 - f_t^2) \cos^2 \theta + 5f_t^2 - 4f_c f_t}$
- $w = 4(f_c^2 - f_t^2) \cos^2 \theta + (f_c - 2f_t)^2$

et varie entre les deux valeurs :

$$f_t = f(\theta = 0) \quad \text{et} \quad f_c = f(\theta = \pi/3)$$

représentant les coefficients de frottement sur les méridiens de compression et de traction respectivement.

Le comportement écrouissable du matériau est pris en compte par le biais de l'évolution de la pression de décohérence ρ (le terme ξ représente le rapport ρ/ρ_0 permettant de définir le domaine d'écrouissage du matériau ($\xi \in [\xi_0 ; \xi_f]$ avec $\xi_f = 1$)). La variable d'écrouissage choisie pour ce modèle correspond à la variation de volume anélastique du matériau :

$$\chi = \text{tr}(\epsilon^p)$$

qui traduit la variation de porosité plastique du matériau, elle-même significative de la porosité créée par la fissuration.

Le critère dépend ainsi des trois paramètres f_t , f_c et ρ_0 , qu'il est possible de relier aux caractéristiques mécaniques du matériau : résistances en compression (σ_c), en traction (σ_t) et en compression biaxiale (σ_{bc}).

Notons qu'en raison de la condition de convexité du critère, f_c et f_t doivent nécessairement vérifier :

$$\frac{1}{2} f_t \leq f_c \leq 2f_t$$

avec

- $0 \leq f_t \leq \sqrt{3}/2$
- $0 \leq f_c \leq \sqrt{3}$.

Les évolutions de la déformation plastique et de la variable d'écrouissage sont décrites par des règles d'écoulement et d'écrouissage associées, auxquelles sont adjointes des conditions d'évolution de Kuhn-Tucker classiques :

$$d\epsilon^P = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma}$$

$$d\chi = d\lambda \frac{\partial h}{\partial \zeta}$$

avec

➤ $d\lambda \geq 0$ si $f = 0$ et $df = 0$

➤ $d\lambda = 0$ si $f < 0$ ou $f = 0$ et $df < 0$

et

➤ $g(\sigma, z) \equiv h(\sigma, z) \equiv f(\sigma, z)$

où $d\lambda$ représente le multiplicateur plastique et ζ la force d'écrouissage. On montre que le caractère associé de la règle d'écrouissage conduit à choisir :

$$\zeta = \rho_0(\xi_0 - \xi)$$

Enfin, la relation suivante entre χ et ξ est utilisée :

$$\xi(\chi) = \xi_0 + (\xi_f - \xi_0)(1 - e^{(-\kappa\chi)})$$

Elle permet de représenter, en fonction du choix des paramètres ξ_0 , ξ_f et κ , un comportement écrouissant ou adoucissant du matériau.

DESCRIPTION DE LA DÉMARCHE D'APPROCHE INVERSE

La démarche choisie pour la mise en œuvre de l'approche inverse est la suivante :

■ **Étape 0.** Parmi l'ensemble des paramètres matériau du modèle, certains peuvent être fixés une fois pour toute. Il s'agit essentiellement des caractéristiques élastiques (module d'Young (E) et coefficient de Poisson (ν)) et de la résistance à la compression (σ_c) ; ces données sont déterminées expérimentalement [4] et les valeurs suivantes ont été retenues : résistance à la compression moyenne 220 MPa, module d'Young 55 GPa et coefficient de Poisson 0,21. En ce qui concerne la résistance à la compression bi-axiale (σ_{bc} , nécessaire à la détermination des paramètres f_t , f_c et ρ_0 du modèle, cf. § précédent), sa valeur est communément choisie comme étant égale à 1,15 fois la résistance à la compression (σ_c) pour un béton classique ; en l'absence d'informations supplémentaires sur le comportement en compression bi-axiale du matériau étudié, cette valeur est néanmoins retenue.

■ **Étape 1.** On cherche ensuite à déterminer les autres paramètres du modèle élasto-plastique, à savoir la résistance à la traction directe (σ_t) et les paramètres d'écrouissage (ξ_0 et κ ; on prendra $\xi_f = 1$). Cette détermination est effectuée directement par une simulation numérique de l'essai de traction uni-axiale.

■ **Étape 2.** On utilise enfin ces paramètres (E , ν , σ_c , σ_{bc} , ξ_0 , ξ_f , κ), à l'exception de la résistance en traction (σ_t), pour simuler l'essai de flexion 4 points réalisé sur l'éprouvette représentative du fonctionnement « dalle » d'une dalle mince nervurée (cf. introduction). C'est donc cette résistance en traction (σ_t) qui constitue le paramètre à déterminer par l'approche inverse. Le fait de conserver les paramètres relatifs à l'écrouissage identiques à ceux obtenus lors de la simulation de l'essai de traction est fondé sur l'hypothèse que les mécanismes physiques à l'origine de l'écrouissage observés dans l'essai de traction uni-axiale et dans celui de flexion 4 points sont identiques.

RÉSULTATS DE L'APPROCHE INVERSE

Détermination des paramètres permettant de simuler l'essai de traction uni-axiale

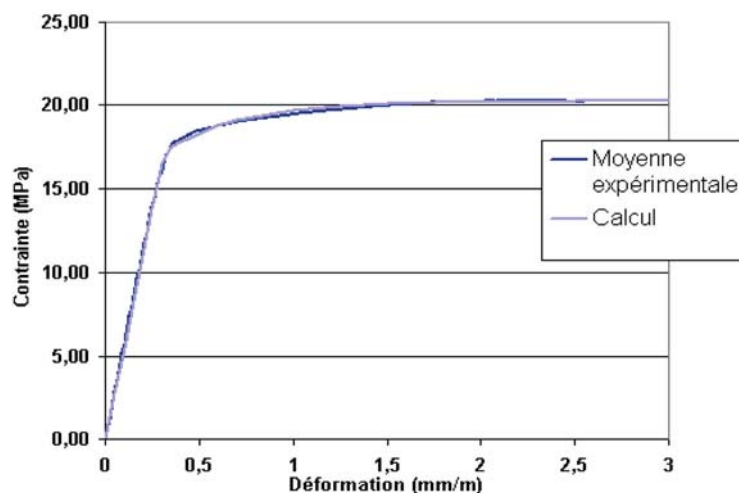
Une simulation numérique du comportement uni-axial du matériau est réalisée et la comparaison avec la courbe moyenne expérimentale ([3] cf. Fig. 1) donne les coefficients d'écrouissage suivants :

➤ limite d'élasticité initiale : $\xi_0 = 0,8$,

➤ limite d'élasticité finale : $\xi_f = 1$,

➤ coefficient de la loi d'écrouissage exponentielle : $\kappa = 3\,000$.

La comparaison entre la courbe moyenne expérimentale et la courbe simulée numériquement (avec les paramètres donnés ci-dessus) est présentée sur la figure 4. Cette comparaison met en évidence une très bonne concordance entre expérience et modélisation.



■ **Fig. 4**
Comparaison des comportements moyen expérimental et simulé par calcul numérique.

Détermination de la résistance en traction permettant de simuler l'essai de flexion 4 points réalisé sur l'éprouvette représentative du fonctionnement en dalle

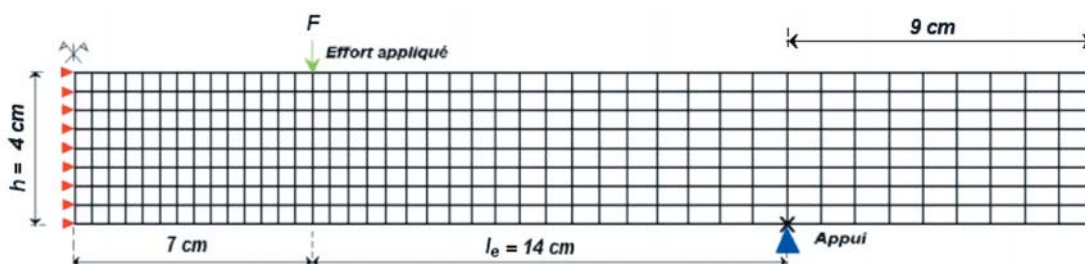
Les essais de flexion 4 points sont réalisés sur des éprouvettes ayant une longueur de 60 cm, une largeur de 20 cm et une épaisseur de 4 cm. La portée des dalles est de 42 cm, tandis que la distance entre efforts appliqués est de 14 cm. Le maillage ainsi que les conditions aux limites relatifs aux calculs réalisés dans le cadre de cette seconde étape de l'approche inverse sont présentés sur la figure 5. Les calculs sont réalisés en contraintes planes.

Sur la figure 6 sont présentées les courbes « contrainte de traction par flexion-flèche » relatives respectivement à l'expérience (il s'agit d'une courbe moyenne) et aux calculs numériques. On entend par « contrainte de traction par flexion » la quantité :

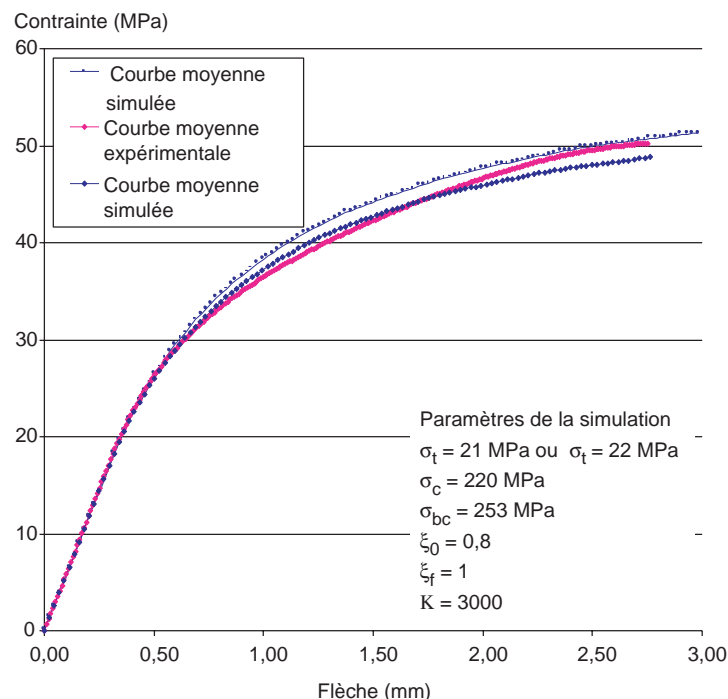
$$\sigma = \frac{M_f}{I/v} = \left(\frac{bh^2}{6} l_e \right) \times F$$

avec $M_f = F \times l_e$ désignant le moment de flexion, F la charge appliquée, l_e la distance entre l'appui et le point d'application de la charge, I le moment d'inertie quadratique, b et h respectivement la largeur et la hauteur de la section droite de l'éprouvette et, enfin, $v = h/2$ (cf. également Fig. 5).

Il faut noter que seule la réponse jusqu'à la ruine des éprouvettes est simulée ici ; c'est pourquoi la phase post-pic des courbes n'est pas prise en compte. En effet, il a été précisé auparavant qu'aucune



■ **Fig. 5**
Maillage et conditions aux limites de la simulation numérique du comportement des dalles en flexion 4 points.



■ Fig. 6

Comparaisons entre expérience (courbe moyenne) et simulations numériques du comportement des dalles en flexion 4 points.

fissure localisée* n'apparaissait avant le pic d'effort (ou pic de « contrainte de traction par flexion » sur les courbes), ce qui permet de supposer que le composite fibré utilisé suivait réellement un comportement de type matériau jusqu'à la ruine de l'éprouvette (cf. « Apports des campagnes expérimentales »). Hors de ce domaine, c'est une réponse de structure qui est enregistrée.

Le calage du paramètre « résistance en traction » (σ_t), du modèle afin d'approcher au mieux la réponse expérimentale des dalles en flexion a permis d'obtenir deux valeurs de σ_t , soit 21 MPa ou 22 MPa. On constate que les deux courbes issues des calculs numériques sont très proches et « encadrent » la courbe expérimentale. On retient 21 MPa, plus sécuritaire, comme valeur de résistance en traction.

La déformation en fibre tendue obtenue par la simulation numérique ($\sigma_t = 21 \text{ MPa}$), lorsque la « contrainte de traction par flexion » maximale est atteinte, est de $5 \cdot 10^{-3}$. Or, lors des essais de flexion, la déformation de la fibre tendue de l'éprouvette a été mesurée [4]. La valeur moyenne obtenue lors de ces essais était voisine de $5 \cdot 10^{-3}$, c'est-à-dire une valeur proche de celle déduite du calcul numérique.

Ces valeurs sont donc à comparer à celles obtenues avec l'essai de traction uni-axiale, c'est-à-dire environ 20 MPa pour la résistance en traction et $2,5 \cdot 10^{-3}$ pour la déformation maximale.

On constate alors un faible écart entre les résistances en traction et un écart beaucoup plus important entre les déformations maximales.

Il faut d'abord noter que les éprouvettes testées (celles de traction tout comme les dalles de flexion) sont sujettes à une possible orientation préférentielle des fibres. Ce phénomène peut avoir plusieurs causes, qui trouvent leur origine lors du coulage du matériau dans les moules :

- une tendance à une orientation des fibres parallèlement aux lignes d'écoulement, principalement influencée par la viscosité du béton de fibres, le facteur d'aspect (c'est-à-dire le rapport longueur/diamètre) des fibres et le trajet parcouru ;
- l'influence des parois : à leur voisinage, le gradient interne de vitesse du fluide en écoulement a tendance à causer le basculement des fibres qui se retrouvent donc orientées parallèlement à ces parois. Ce phénomène peut également être fortement influencé, en fond de moule, par le poids de la matière situé au-dessus de la fibre, qui conduit à la plaquer parallèlement à cette paroi, ou par d'éventuels phénomènes de ségrégation des constituants du matériau.

* Au sens où la charge se concentre dans la section fissurée, le reste de la structure se déchargeant.

Il est donc clair que les fibres courtes, ayant une longueur de 5 mm, sont moins sujettes à une orientation préférentielle (orientation plutôt orthotrope au niveau de la fibre inférieure, et plutôt isotrope ailleurs) que les fibres ayant une longueur de 25 mm (orientation plutôt orthotrope au sein de l'éprouvette).

On constate ainsi que, compte tenu des remarques précédentes et de l'illustration qui en est faite sur la figure 7, la section des éprouvettes n'est pas uniformément résistante. Or, en traction uni-axiale, la section est uniformément sollicitée, alors qu'en flexion la section est soumise à un gradient de contrainte normale. Si la fibre inférieure de l'éprouvette de flexion correspond à la zone la plus résistante de la section, il paraît logique de s'attendre à une surestimation de la résistance du matériau par un essai de flexion, comparativement à celle obtenue par un essai de traction.

Les différences observées sur les valeurs de la déformation maximale en fibres tendues entre la traction et la flexion sont également imputables aux rôles joués par les fibres. Il a été précisé, dans le paragraphe « Apports des campagnes expérimentales », qu'avant le pic d'effort, alors qu'aucune fissuration n'a été observée, toutes les fibres (petites ou grandes) étaient susceptibles d'intervenir dans le processus d'écrouissage, et ce jusqu'au pic. C'est dans cette phase que se développe vraisemblablement une « multi- » microfissuration diffuse conduisant à l'augmentation de la déformation permanente. Or, en flexion, c'est la zone la plus résistante de la section (si elle est en fibre inférieure) qui est la plus sollicitée. Comme elle bénéficie d'une orientation préférentielle des fibres, ces dernières seront plus à même de jouer leur rôle dans le phénomène de diffusion de la micro-fissuration, ce qui augmente par conséquent les valeurs de déformation maximale.

En conséquence, les différences entre les résultats expérimentaux obtenus lors de l'essai de traction uni-axiale et ceux déterminés par analyse inverse sont explicables et semblent cohérentes.

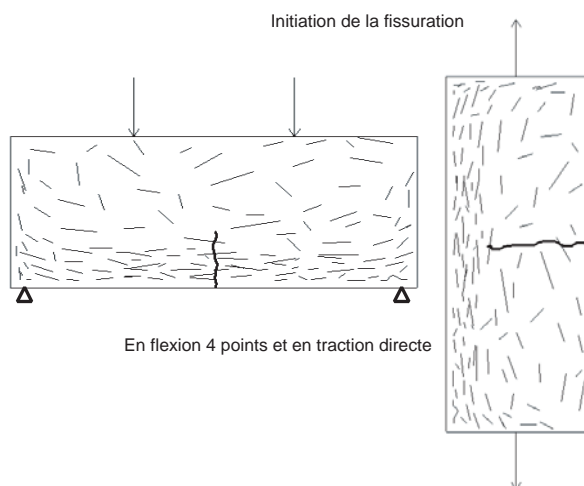


Fig. 7
Influence de l'orientation préférentielle des fibres dans l'épaisseur d'une dalle sur l'initiation de la fissuration pour des sollicitations de flexion et de traction uni-axiale.

Détermination de la résistance en traction permettant de simuler l'essai de flexion 4 points réalisé sur l'éprouvette représentative du fonctionnement en nervure

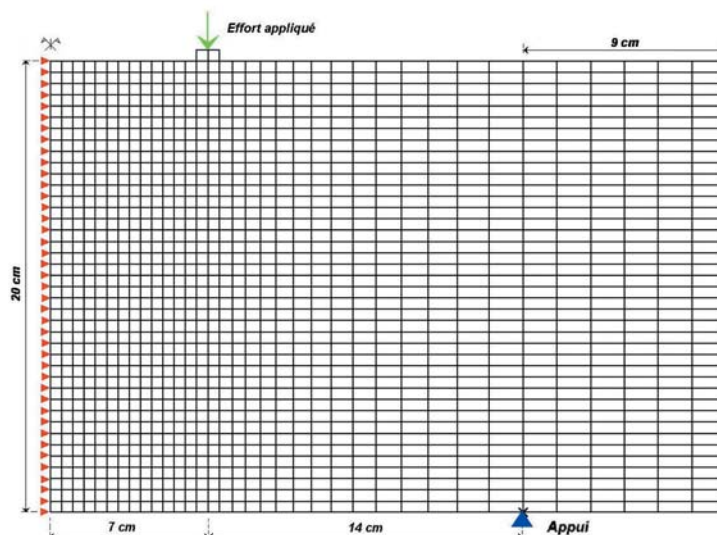
Dans le cas des essais de flexion 4 points sur des éprouvettes prismatiques représentatives du fonctionnement de la partie nervure d'une dalle mince nervurée, ces éprouvettes ont les dimensions suivantes : 60 cm de longueur, 20 cm de hauteur et 4 cm de largeur.

Les conditions de mise en oeuvre expérimentale et, notamment, les distances entre appuis, sont identiques à celles relatives aux essais précédents (cf. « Étude du fonctionnement en dalle de la dalle mince nervurée », § « Détermination de la résistance en traction permettant de simuler l'essai de flexion 4 points réalisé sur l'éprouvette représentative du fonctionnement en dalle »).

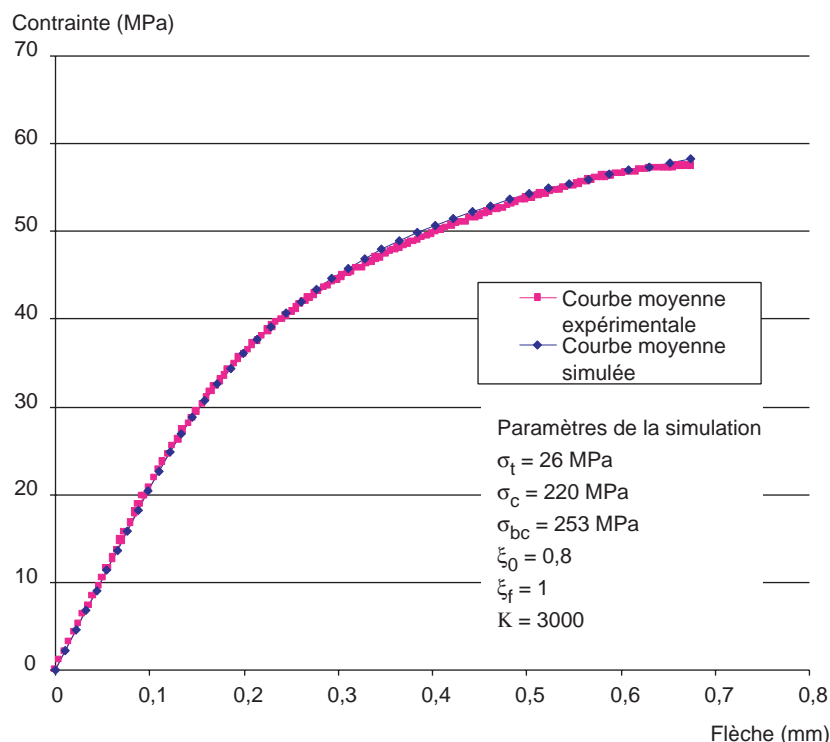
Le maillage ainsi que les conditions aux limites relatifs aux calculs des nervures sont présentés sur la figure 8. Les calculs sont réalisés en contraintes planes.

Sur la figure 9 sont présentées les courbes « contrainte de traction par flexion-flèche » relatives respectivement à l'expérience (il s'agit d'une courbe moyenne) et au calcul qui a conduit à la meilleure simulation de l'expérience. Cette dernière est obtenue avec une résistance en traction (σ_t) prise égale à 26 MPa. Pour les mêmes raisons que celles évoquées lors de la simulation du comportement des dalles, seule la phase pré-pic est représentée.

■ **Fig. 8**
Maillage et conditions aux limites
de la simulation numérique
du comportement des nervures
en flexion 4 points.



■ **Fig. 9**
Comparaison entre
expérience (courbe
moyenne) et simulation
numérique du
comportement des nervures
en flexion 4 points.



La déformation en fibre tendue donnée par le calcul lorsque la « contrainte de traction par flexion » maximale est atteinte est voisine de $6 \cdot 10^{-3}$.

On constate tout d'abord une valeur de résistance plus importante que celle obtenue dans le cas d'une flexion de dalle mince, ainsi qu'une valeur de déformation maximale en fibre tendue également plus importante. Ces différences peuvent s'expliquer de la manière suivante : au regard des dimensions des fibres par rapport à celles de l'éprouvette testée ici, et du sens de coulage du matériau par rapport à la géométrie de cette dernière – il faut rappeler que le coulage des nervures a été fait dans une direction parallèle à leur hauteur, donc perpendiculairement à leur longueur – on peut raisonnablement faire les hypothèses suivantes :

- les fibres longues doivent avoir une orientation préférentielle plutôt unidirectionnelle (c'est-à-dire suivant une parallèle à la longueur de l'éprouvette) au niveau de la fibre inférieure de la nervure, et plutôt orthotrope sur la hauteur de cette éprouvette quand on s'éloigne de la fibre inférieure ;
- les fibres courtes sont principalement orientées de manière isotrope au sein de l'éprouvette, à l'exception de la partie inférieure de l'éprouvette où les fibres sont orientées de manière plutôt orthotrope.

Il faut noter de surcroît que les modes de rupture obtenus expérimentalement sur ce type d'éprouvette se traduisaient systématiquement par l'apparition d'une macrofissure franche en zone de moment constant, significative d'une rupture par flexion. Malgré leurs dimensions particulières et, notamment, le rapport hauteur sur longueur relativement élevé, ces éprouvettes ne se rompent pas du fait de l'effort tranchant. La différence de niveau de « contrainte de traction par flexion » par rapport aux essais sur dallettes ne peut lui être imputé.

En conséquence, les fibres longues sont, vis-à-vis d'une fissuration de flexion, bien mieux orientées au sein de l'éprouvette représentative d'une nervure qu'au sein de l'éprouvette représentative de la partie dalle d'une dalle mince nervurée.

Ces hypothèses peuvent conduire aux résultats obtenus : bien que les fibres longues soient en nombre beaucoup plus restreint (60 fois moins !) que les fibres courtes pour agir efficacement vis-à-vis de l'échelle de fissuration déterminante dans la résistance en traction du matériau [1], leur meilleure orientation dans la partie nervure que dans la partie dalle (d'une dalle nervurée) permet d'aboutir à une contrainte de traction et à une ductilité (au sens du matériau), déterminées par approche inverse, plus importantes dans le cas de la nervure que dans le cas de la dalle : le gain est d'environ 20 % à la fois sur la résistance et sur la déformation maximale.

Sur la figure 10 sont présentées les courbes « contrainte de traction par flexion-flèche » relatives aux simulations numériques, respectivement de l'éprouvette représentative de la partie nervure et de celle représentative de la partie dalle, qui illustrent les hypothèses avancées.

Ce résultat conduit également à une autre réflexion : il semblerait que, dans le cas du CEMTEC^{multiscale}[®], l'effet de l'orientation préférentielle des fibres soit prépondérant par rapport aux effets d'échelle, qui sont plus importants dans les bétons de fibres classiques [9]. Il est parfaitement connu que la contrainte de traction par flexion des bétons fibrés classiques diminue, pour un béton de fibres donné, lorsque la hauteur d'une poutre ou d'une dalle augmente (à largeur constante). Le paragraphe suivant illustre ce propos.

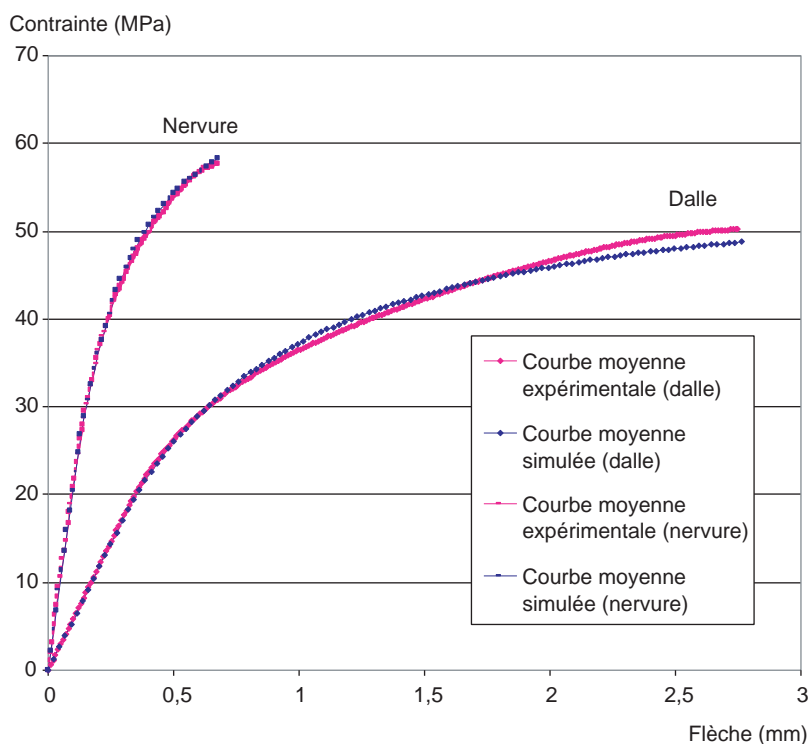


Fig. 10
Comparaison entre les simulations numériques des comportements d'une nervure et d'une dalle en flexion 4 points.

ÉTUDE DES EFFETS D'ÉCHELLE DANS LES ÉLÉMENTS STRUCTURAUX CONSTITUÉS DE CEMTEC^{multiscale}[®]

Des essais de flexion 4 points (non publiés) avaient été réalisés, antérieurement, sur des éprouvettes prismatiques de 40 cm de longueur, 10 cm de largeur et 10 cm de hauteur. Le béton utilisé avait la

même composition que celle donnée dans le tableau, le mode de coulage était identique à celui mis en œuvre dans le cas des éprouvettes représentatives d'une dalle mince (cf. § « Détermination de la résistance en traction permettant de simuler l'essai de flexion 4 points réalisé sur l'éprouvette représentative du fonctionnement en dalle »).

L'intérêt, vis-à-vis de l'étude des effets d'échelle, de cette géométrie d'éprouvette repose, d'une part sur le fait que sa hauteur est comprise entre celles relatives aux deux types d'éprouvettes présentées précédemment et, d'autre part, sur une orientation des fibres, courtes et longues, au niveau de la fibre inférieure de l'éprouvette, *a priori* similaire à celle relative à l'éprouvette représentative d'une dalle mince (voir précédemment). En effet, cette orientation équivalente est probable si l'on tient compte de la similitude des modes de coulage pour les deux géométries d'éprouvette, et des dimensions relatives des fibres par rapport à celles de la nouvelle géométrie d'éprouvette.

L'approche inverse présentée précédemment a donc été mise en œuvre pour simuler le comportement en flexion de l'éprouvette 10 cm × 10 cm × 40 cm. Le maillage ainsi que les conditions aux limites relatifs aux calculs sur ces éprouvettes sont présentés sur la figure 11. Les calculs sont réalisés en contraintes planes.

Sur la figure 12 sont présentées les courbes « contrainte de traction par flexion-flèche » relatives respectivement à l'expérience (il s'agit d'une courbe moyenne) et aux calculs numériques avec deux valeurs pour la résistance en traction (σ_t) 20 MPa et 21 MPa.

Fig. 11
Maillage et conditions aux limites de la simulation numérique du comportement d'éprouvettes prismatiques (10 × 10 × 40 cm) en flexion 4 points.

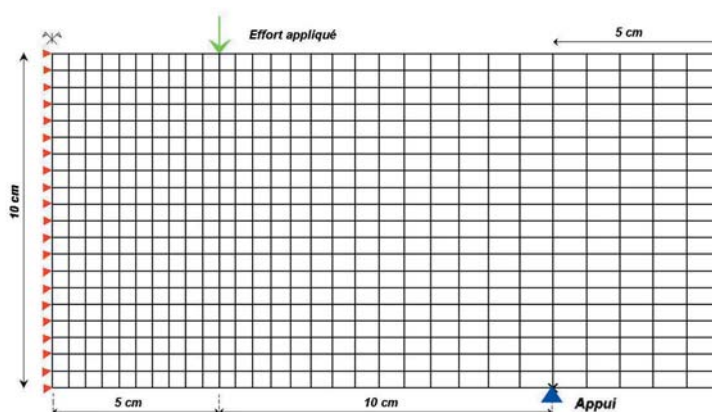
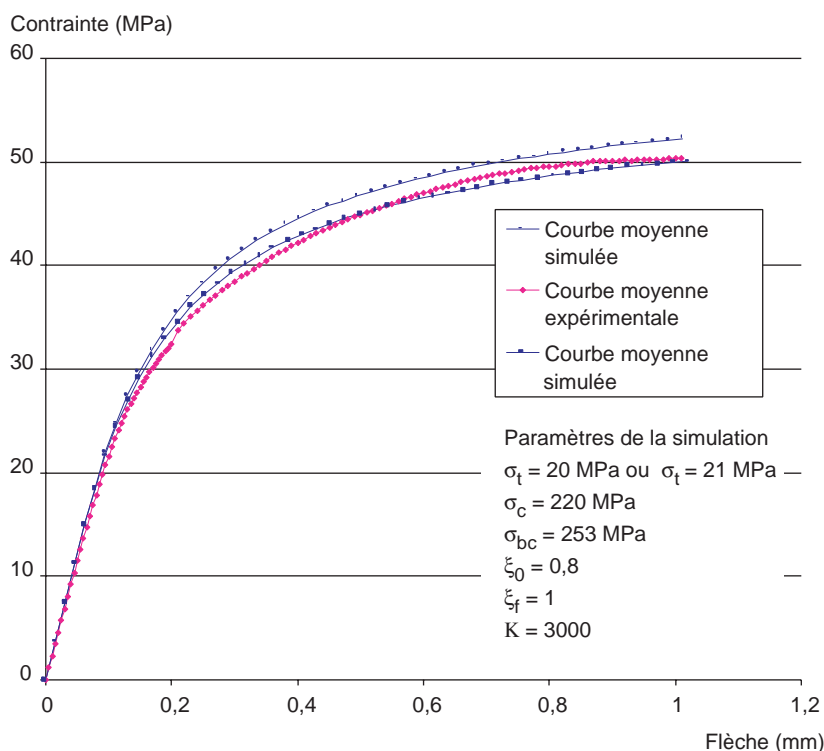


Fig. 12
Comparaisons entre expérience (courbe moyenne) et simulations numériques du comportement d'éprouvettes prismatiques (10 × 10 × 40 cm) en flexion 4 points.



On constate que les valeurs de résistance à la traction (σ_t) qui permettent d'encadrer la réponse moyenne expérimentale sont très proches de celles obtenues dans le cas des dalles minces (cf. § « Détermination de la résistance en traction permettant de simuler l'essai de flexion 4 points réalisé sur l'éprouvette représentative du fonctionnement en dalle »).

La déformation en fibre tendue obtenue par le calcul pour la « contrainte de traction par flexion maximale » est de l'ordre de 5.10^{-3} (pour les deux valeurs de résistances), c'est-à-dire du même ordre de grandeur que celle obtenue lors de la mise en œuvre de l'approche inverse vis-à-vis de l'éprouvette représentative du fonctionnement en dalle mince.

Ce qui peut se résumer de la façon suivante : un même jeu de paramètres d'un modèle de comportement dont le formalisme ne prend pas en compte les effets d'échelle permet de simuler convenablement deux essais de flexion 4 points sur des géométries d'éprouvettes différentes.

Comme dans le cas des essais sur dalles, le pic d'effort a correspondu avec l'apparition d'une fissuration visible à l'œil nu alors qu'avant ce pic aucune fissure n'était visible : avant l'apparition de la macrofissuration de rupture, une multifissuration peu ouverte et peu profonde se développe à nouveau en phase pré-pic en partie inférieure des éprouvettes car, du fait des effets de paroi, les fibres peuvent y prendre des orientations privilégiées par rapport au processus de fissuration (cf. § « Détermination de la résistance en traction permettant de simuler l'essai de flexion 4 points réalisé sur l'éprouvette représentative du fonctionnement en dalle ») et les caractéristiques mécaniques en traction y sont vraisemblablement plus importantes que dans les autres parties des éprouvettes. On peut alors admettre que cette zone constitue une sorte « de barrière mécanique » dans laquelle la multifissuration se développe, et qu'une fois cette zone franchie, la fissuration se localise pour former une ou plusieurs macrofissures conduisant à l'apparition du pic d'effort en flexion.

En d'autres termes, l'hypothèse proposée est que la détermination par approche inverse du comportement en traction uniaxiale à partir du comportement en flexion dépend principalement du comportement mécanique de la couche de matériau mécaniquement plus résistante.

À condition donc que le matériau constitutif de ces éprouvettes présente des similitudes sur le plan de l'orientation préférentielle des fibres, ces résultats semblent indiquer qu'il n'y pas, ou très peu, d'effets d'échelle générés par la fissuration en traction du matériau lorsque l'orientation préférentielle des fibres est similaire d'une éprouvette à l'autre.

CONCLUSIONS

Dans cet article a été présentée une étude portant sur la détermination par analyse inverse du comportement en traction uni-axiale d'un composite cimentaire ultra-performant à partir d'un essai de flexion. Cette analyse inverse met en œuvre une approche numérique par éléments finis au cours de laquelle un modèle élasto-plastique avec écrouissage positif est utilisé.

Il a été montré que cette analyse inverse était pertinente et que le modèle utilisé était justifié.

Il a été également montré que le comportement en traction uni-axiale obtenu à partir de l'analyse inverse était, pour le composite cimentaire étudié, dépendant de l'orientation préférentielle des fibres.

En outre, dans le cadre de l'étude, des effets d'échelle n'ont pas été mis en évidence pour ce matériau, contrairement aux bétons de fibres classiques.

Il faut signaler, pour terminer, que le CEMTEC[®] multiscale a une résistance moyenne en traction uni-axiale de 21 MPa et une déformation maximale de 5.10^{-3} quand il fonctionne au sein d'une dalle mince, et une résistance de 26 MPa ainsi qu'une déformation maximale de 6.10^{-3} quand il fonctionne au sein de nervures ne dépassant pas 4 cm d'épaisseur.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] ROSSI P., ACKER P., MALIER Y., Effect of steel fibres at two stages : the material and the structure ; *Materials and Structures*, vol. 20, 1987, pp. 436-439.
- [2] ROSSI P., High performance multimodal fiber reinforced cement composite (HPMFRCC) : the LCPC experience, *ACI Materials Journal*, vol. 94, 6, 1997, pp. 478-483.
- [3] BOULAY C., ARCA A., TAILHAN J.-L., ROSSI P., SANANES J., Comportement mécanique d'un nouveau composite cimentaire à écrouissage positif : II. Caractérisation du comportement en traction uniaxiale, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, 243, mars-avril 2003, pp. 19-30.

- [4] ROSSI P., ARCA A., PARANT E., LAURENCE O., FAKRI P., Comportement mécanique d'un nouveau composite cimentaire à écouissage positif : I. Comportement en flexion, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, **238**, mai-juin **2002**, pp. 25-38.
- [5] HUMBERT P., Un code général de calculs aux éléments finis, *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, **160**, **1989**, pp. 112-116.
- [6] PARANT E., ROSSI P., Mécanismes d'endommagement d'un composite cimentaire fibré multi-échelles. I. Endommagement sous sollicitations impulsionnelles, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, **248**, janvier-février **2004**, pp. 73-81.
- [7] ULM F.-J., *Un modèle d'endommagement plastique : application aux bétons de structure*, *Études et recherches des laboratoires des Ponts et Chaussées*, Série ouvrages d'art, **OA19**, **1996**, 274 p.
- [8] WILLAM K.J., WARNKE E.P., Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete, Int. Assoc. of Bridge and Struct. Eng., *Seminar on Concrete Structures*, paper III-1, Bergamo, Italy, IABSE proc. 19, **1975**.
- [9] ROSSI P., *Les bétons de fibres métalliques*, Presses de l'École nationale des Ponts et Chaussées, **1998**.